

數學模組課程的實踐— 以「分數的秘密玩家」為例

臺南縣國小輔導團 林志能、何鳳珠、許清陽

壹、前言

分數是一種部分與整體關係的表徵，因此分數教學的一個重要主題之一是幫助學生建立上述這種關係，以及將這種關係和符號作有意義的連結(張英傑、周菊美，2005，p. 423)。因此分數教學中部分與整體的關係以及分數符號與概念的連結兩大主題為發展分數概念的重要基石。

本模組課程採用多元表徵形式來表徵學童的分數概念，並以遊戲策略的方式幫助並穩固學童分數概念的學習，最後更透過小組合作學習的形式讓學童彼此進行數學語言的溝通互動，提升數學思考的能力。

貳、教學活動設計

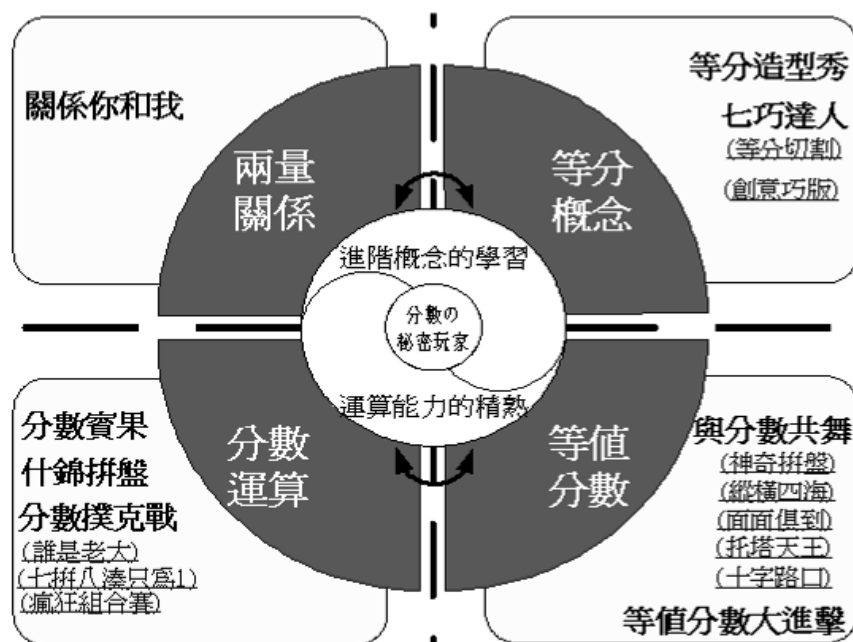
本模組設計主要提供學童可以表徵分數的機會與過程，讓學童藉由不同表徵方式來呈現分數的意義，並能從一種表徵彈性的轉換到另一種表徵，而透過不同表徵系統的轉換，學童的分數概念可以穩固發展，並藉由數學語言的表達，讓學童可以將數學思考的過程顯現出來。藉由不同說分數、操作分數的遊戲表徵過程，將抽象的分數可以意義化及具體表徵的遊戲方式，轉換並穩固學童對分數概念的建構與理解。

一、設計理念與目標

本活動設計嘗試以主題式遊戲策略來融入學生分數概念的學習，並藉由動手操作的過程，將抽象的分數以意義化及具體表徵的遊戲方式，轉換成學童分數概念的建構與理解。而藉由四個序列性的遊戲學習課程規劃為主軸，學童的分數概念不僅能達到精熟學習的目的，更重要的是結合圖形面積操弄與規律性發現，將數、形互相連結在一起，藉此活化學童創意思考。這種由學童主動建構、再認知的概念改變過程，更能凸顯教師的專業乃在提供合適的鷹架，幫助學童進行概念的理解，亦即幫助兒童進行有效能的數學學習。

二、教學模組

分數的秘密玩家模組活動設計包含了四個分數概念當學習主軸：等分概念、兩量關係、等值分數及分數運算。其中「等分造型秀」及「七巧達人」的活動從等分到幾何性質探究，充分連結了數與形的主軸概念；「關係你和我」更希望從幾何分割的觀點來學習兩量關係，以便充分理解分數意義；針對等值分數概念應用及運算精熟學習，則設計了「等值分數大進擊」、「分數撲克戰」、「什錦拼盤」、「分數賓果盤」、「與分數共舞」五個遊戲來精進學童的分數概念學習，其模組架構如下圖一所示。



圖一 分數的秘密玩家教學模組

三、教學設計與評量

(一) 等分造型秀 (高年級/2-3 節)

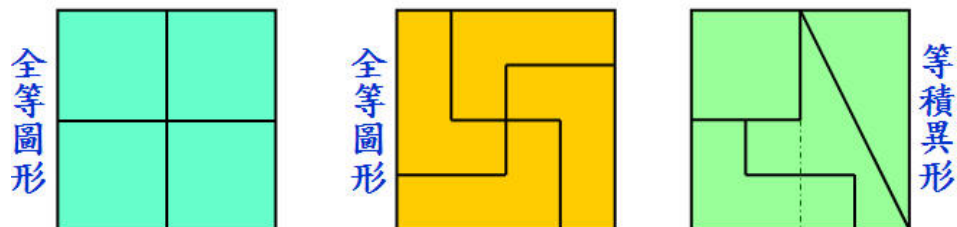
探索概念：利用等分建構單位分數概念，並創作對稱的鑲嵌圖形。

活動摘要：結合因數概念探索各種等分方式，並利用等分後全等圖形或等積異形兩種，再利用翻轉、平移或旋轉設計出具對稱性美感的鑲嵌圖形。

教學建議：適合外加式課程。

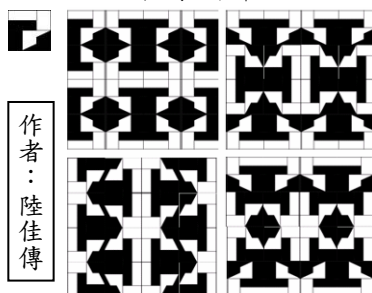
活動過程：

1. 認識全等圖形&等積異形。



圖二 全等圖形與等積異形

2. 請分別將正方形等分成 2 等分、3 等分、4 等分、6 等分及 8 等分，說說看，你有幾種分法？
3. 選擇你最喜歡的一種樣式當成基模(4 等分或 6 等分)，利用影像處理製作成一張圖檔，再利用翻轉、平移或旋轉設計出四個具對稱性美感的鑲嵌圖形，並剪下來貼在學習單上。



(二) 七巧達人 (高年級/3-4 節)

探索概念：利用七巧板探索兩量間的關係並嘗試創作另類巧板。

活動摘要：利用等分切割原理將方形色紙切割成七巧板的七塊圖形，並進行基準量與比較量之間的關係間易探索，來強化分數概念，例如：D 區塊是 A 區塊的幾分之幾？再依此等分原理利用泡棉珍珠板實際製作出創意巧板成品，亦可做延伸的幾何探索教材及拼圖遊戲組。

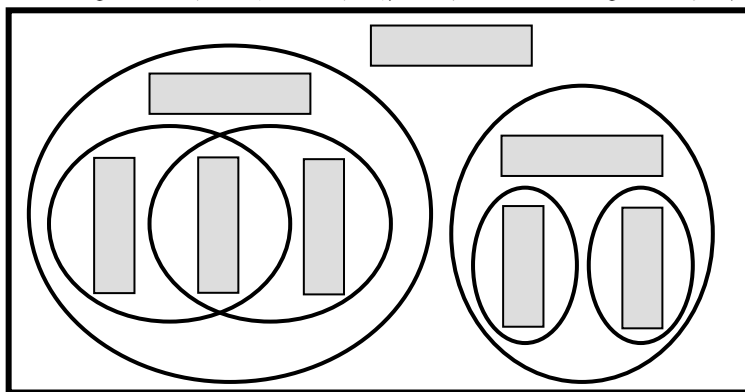
教學建議：可用在統整學童對幾何性質的瞭解之課程中。

活動過程：

1. 簡述四邊形的基本性質。

說明：以學習單的方式進行，前半段先讓學童以小組進行基本幾何圖形性質的討論，再彙整全班的答案將較完整的結果記錄在下半段中。

2. 畫出四邊形族譜～引入包含關係圖，統整四邊形的基本概念。



圖四 四邊形族譜

3. 小小紙張立大功～利用色紙進行七巧板的切割。

說明：在切割的每一個步驟，教師需不斷的提問，藉此檢驗學童對基本形體的概念及思考邏輯是否完備或有其迷思。

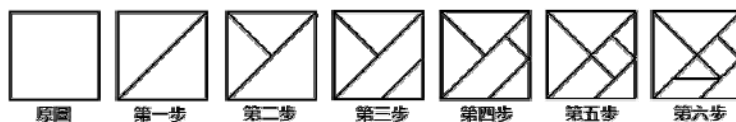
例 1：Q: 第一步切割後：這兩個三角形是屬於哪一種三角形？你是怎麼知道的？

A: 是等腰直角三角形，因為正方形之故，所以頂角是直角，又正方形邊長相等，所以兩股長度都一樣，因此是等腰直角三角形。

註：由此，也可以引導學童作結論→正方形的一條對角線可以將正方形分成兩個全等的等腰直角三角形。

例 2：Q: 第三步切割後：小三角形的面積是大三角形面積的幾分之幾？

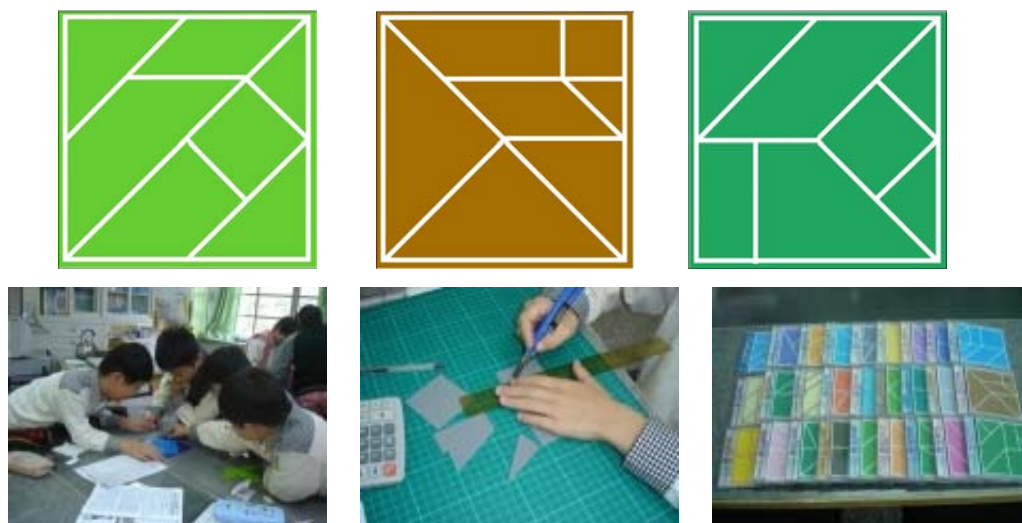
Q: 梯形的面積占全部面積的幾分之幾？



圖五 七巧板切割圖例

4. 創意切切切～利用邊界二等分之原則創作另類巧板(六～八巧板)並命名，等分的原則有三：全等的圖形以不超過 2 個為原則，包含愈多種圖形愈好，以及圖形大小差距不要太大

學生作品範例：



圖六 七巧達人圖例

(三) 關係你和我 (高年級/2-3 節)

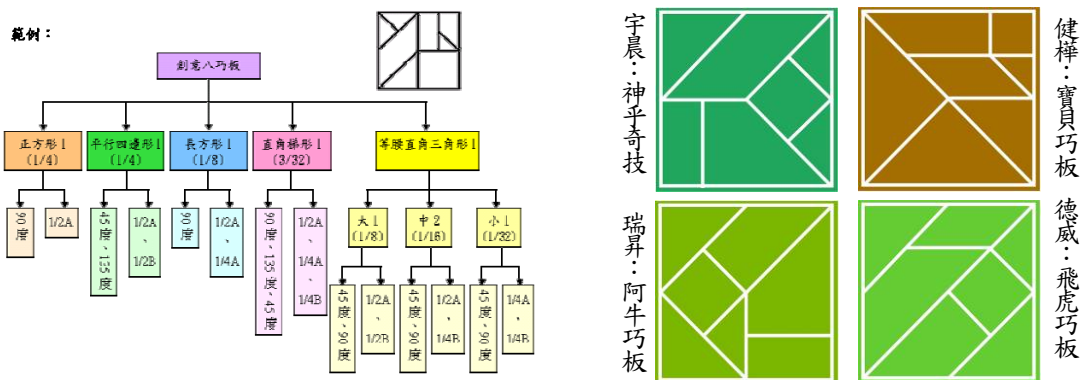
探索概念：利用創作巧板延伸相關概念連結，並檢測學習成果。

活動簡介：分析創意巧板幾何元件間的特性及關係，包含個數、角度、邊長、區塊大小關係……等，彙整成創意巧板組譜作為此巧板的簡介。

教學建議：適合外加式課程。

活動過程：

1. 票選三組最具創意的巧板，來進行關係你和我的活動。
2. 說說這組巧板包含哪幾種圖形。
3. 說說這組巧板包含哪幾種角度。
4. 說說這組巧板包含哪幾種邊長。
5. 說說看指定區塊間面積的關係。
6. 繪製創意巧板的組譜，內容需包含圖形、角度及邊長。
7. 小組上台分享其分析結果。



圖七 關係你和我圖例

(四) 等值分數大進擊 (高年級/1-2 節)

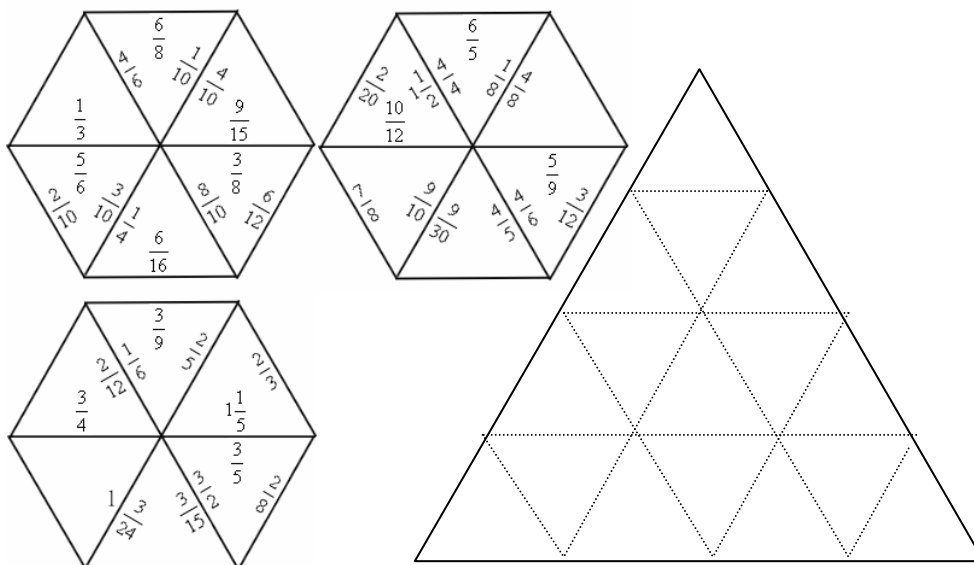
探索概念：由活動中進行等值分數概念的學習與檢測。

活動簡介：利用等分建構分數概念，熟悉分數間的等值關係及轉換，並做簡易小數間的連結，再設計等值分數拼圖及分數數線板來讓學童進行等值分數的遊戲檢測。

教學建議：可融入等值分數單元的教學中。

活動過程：

1. 利用分數數線板認識單位分數。
2. 分數拼拼樂～請學童將學習單上 18 塊小正三角形（有分數的小三角形）拼出一個大的正三角形（小三角形還會剩餘 2 片），其拼組的條件是只有等值分數的邊才能拼組在一起。（如圖七 分數拼拼樂圖例所示）



圖八 分數拼拼樂圖例

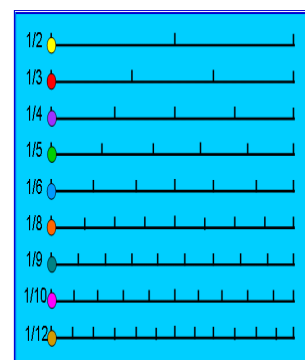
3. 等值分數大競走：利用分數數線板及磁鐵進行等值分數競走的活動，依據教師投擲分數骰子的點數選擇一種分數路徑前進，最先將所有磁鐵走到數線對岸者獲勝。

說明：可利用多面體骰子貼上分數標籤紙來進行活動，

當抽到 $\frac{1}{2}$ 時，學童可以選擇走 $\frac{1}{2}$ 的走 1 格，或 $\frac{1}{4}$ 的走

2 格，或 $\frac{1}{6}$ 的走 3 格以此類推。若中進有走錯，則需

將此顆磁鐵退回原點（教師也可自訂遊戲規則）



圖九 等值分數大進擊

(五) 分數撲克戰（高年級/1-2 節）

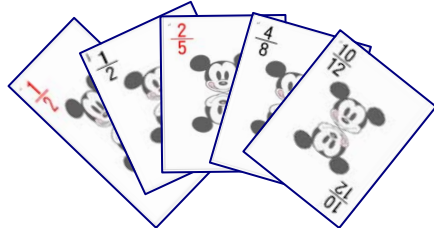
探索概念：利用研發的分數撲克牌，強化分數運算的心算能力。

活動簡介：將撲克牌上的點數改變為分數形態，設計一套完整的分數撲克牌（分母以 2、3、4、5、6、8、10、12 為主，分紅黑兩色系，共 100 張），進行分數比大小或合成的遊戲競賽。本活動適合 8~12 人的小組教學（活動需再分成 A、B 兩組）

教學建議：可融入分數加減及分數大小判別的課程中。

活動過程：

1. 誰是老大：抽三張排定順序進行分數大小的比較。
說明：引導學童能利用過半與不過半、接近 1 或接近 0 來快速判斷分數之大小，培養對分數的敏感度。
2. 七拼八湊只為 1：與撲克牌合十玩法相同，改為和為 1 或其它整數的活動。
3. 瘋狂組合賽：各小組依指示利用 N 張牌合為 1 或其它整數，在時間內拼出最多組的組別獲勝。



圖十 分數撲克戰圖例

(六) 什錦拼盤 (高年級/1-2 節)

探索概念：利用各種單位分數板間的轉化導引進入分數的加法。

活動簡介：利用各種不同的分數各數片，拼出指定的圓，且將拼法用算式記錄下來並運算之，在時間內拼出愈多組者獲勝。

活動過程：

1. 使用二種分數板拼成 1 個圓。

$$\text{例：} \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

2. 要使用三種分數板拼成一個 1 圓，有幾種拼法？

$$\text{例：} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

3. 要使用兩種分數板拼成一個 $\frac{1}{2}$ 圓，有幾種拼法？

$$\text{例：} \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

4. 要使用三種分數板拼成一個 $\frac{1}{2}$ 圓，有幾種拼法？

$$\text{例：} \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$$

5. 要使用兩種分數板拼成一個 $\frac{1}{3}$ 圓，有幾種拼法？

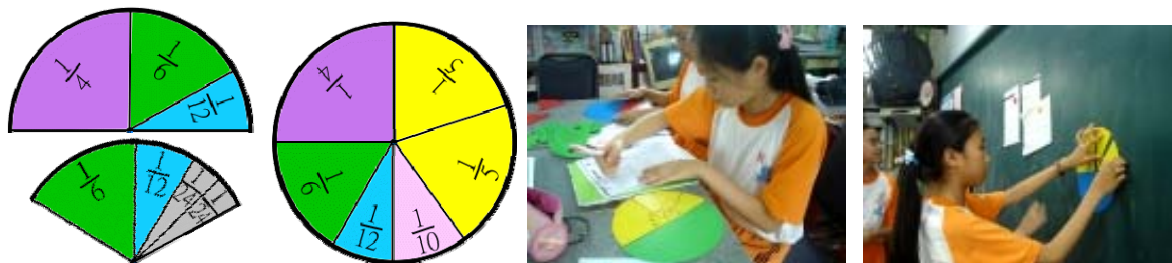
$$\text{例：} \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

6. 要使用三種分數板拼成一個 $\frac{1}{3}$ 圓，有幾種拼法？

例： $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{3}$

7. 要使用不同的分數板各一個拼成一個 1 圓，你能拼出幾種呢？

例： $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1$



圖十一 什錦拼盤圖例

(七)分數賓果盤 (高年級/1-2 節)

探索概念：利用骰子及分數賓果盤進行挑戰，熟練分數四則運算。

活動簡介：利用兩顆骰子(點數分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、1、2 及 1、2、3、4、5、

6) 搭配四種運算方式，設計一組分數賓果盤，進行分數四則運算的遊戲檢驗。自行依骰子呈現的數字及賓果盤上的數字決定其運算方式，算出其答案後在賓果盤中找到其分數，貼上一顆磁鐵，連續四顆磁鐵即可連成一線，最先達到四條連線者獲勝。例： $\frac{2}{3}$ 及 $3 \rightarrow 3 - \frac{2}{3} (3 + \frac{2}{3})$ 、 $2 - \frac{1}{3} (3 - \frac{2}{3})$ 、 $2 (\frac{2}{3} \times 3)$ 、 $\frac{2}{9} (\frac{2}{3} \div 3)$ 等。

教學建議：可融入分數四則運算單元中。

活動過程：

1. 分數賓果～學童分兩組，由教師投擲 2 顆骰子，各組自行依骰子呈現的數字及賓果盤上的數字決定其運算方式(+ - × ÷)，算出其答案後在賓果盤中找到其分數，貼上一顆磁鐵(每次皆猜拳決定先貼或後貼)，同時要說出運算式子(例如：擲出骰子點數為 $\frac{1}{4}$ 及 3，可選擇 $\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{12}$)，若沒有數字可選，則 pass。連續三顆磁鐵即可連成一線，最先達到四條連線者獲勝。

$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{18}$
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{48}$	0	$5\frac{2}{3}$	$4\frac{2}{3}$	$3\frac{2}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$
48	40	32	24	20	18	16	15	12
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	10	9
1	2	3	4	5	6	7	8	$6\frac{1}{8}$
$4\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
$4\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{4}$	$5\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{4}$	$5\frac{7}{8}$	$5\frac{1}{8}$	$4\frac{7}{8}$	$4\frac{1}{8}$	$3\frac{7}{8}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$2\frac{1}{8}$	$2\frac{7}{8}$	$3\frac{1}{8}$

2. 分數 PK 賽～從分數賓果盤中找出 2~4 個數做四則運算使其成為一個整數(不可以全部是整數)，數字用過後就不能再使用了，將找出的式子寫在空格處，時間內寫出最多組的獲勝。



圖十二 分數賓果盤圖例

(八)與分數共舞 (高年級/2-3 節)

探索概念：設計分數拼圖教具進行闖關挑戰賽，強化分數概念。

活動簡介：以等值分數為主軸，設計五組拼圖教具(神奇拼盤、縱橫四海、面面俱到、托塔天王、十字路口)，並設立成五個關卡，每個關卡再延伸出不同階層的難度考驗製成挑戰題本，並搭配闖關卡(與分數共舞)，讓學童利用課餘時間自行摸索挑戰，希望藉由教具的操弄能強化學童等值分數的概念及分數加減運算及心算能力，同時也藉由空間幾何拼疊及顏色的配對，增強學童圖形與空間的推理能力。在學童摸索二週後，學童可以組隊報名(每組 3~4 人)參加挑戰賽，以五個關卡各指定其中一項挑戰題，採計時賽，每項挑戰以最優的前五名來計分，最後結算總成績，頒給前三名獲獎組別。

教學建議：適合外加式課程。

教具製作：

1. 利用各種顏色的塑膠瓦楞板作為幾何拼板的材質 (較耐用且好切割)。
2. 切割邊長 10 公分的正三角形板及 6 公分的正方形板，並搭配各種顏色作變化，所裁切的塊數及組合如下：

※立體模型的製作利用透明膠帶以內側黏貼方式完成※

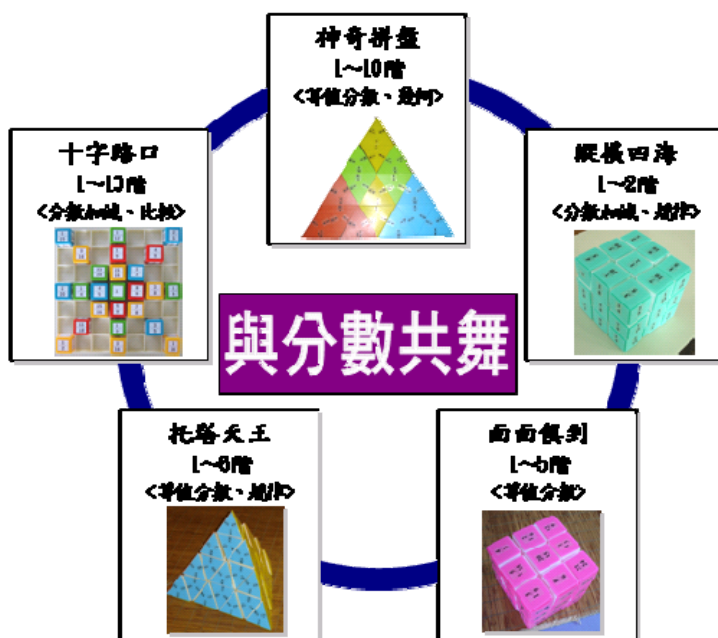
- (1) **神奇拼盤**(共 18 片正三角形)：黃色正三角形 5 片、綠色正三角形 5 片、藍色正三角形 4 片、橘色正三角形 4 片。
- (2) **托塔天王**(共 168 片正三角形)：※白色部分為接合面※

	八面體									四面體											
黃	1		1	1	1	1			1		1	1	1				1				
藍	1	1	1			1	1			1	1			1	1			1			
橘	1		1	1	1		1	1			1		1		1			1			
綠		1		1				1	1	1			1		1	1				1	
白	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4
個數	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	4

- (3) **面面俱到**(共 162 片正方形，橘、白兩色)：三面橘色正方體 8 個、二面橘色正方體 12 個、一面橘色正方體 6 個、全白正方體 1 個。
- (4) **縱橫四海**(共 162 片正方形，青綠、白兩色)：三面青綠色正方體 8 個、二面青綠色正方體 12 個、一面青綠色正方體 6 個、全白正方體 1 個。

3. 以電腦列印各個分數，再印成投影片，然後在投影片背面貼上雙面膠，撕下黏膠依正確位置貼於瓦楞板上。
4. 利用 4 種顏色益智玩具的小方塊，各面黏貼不同的分數值，製作成**十字路口**。

- 黃色方塊→以分母為 16 及 8 為主(各分數再進行化簡)
 紅色方塊→以分母為 18 及 9 為主(各分數再進行化簡)
 藍色方塊→以分母為 20 及 15 為主(各分數再進行化簡)
 綠色方塊→以分母為 24 及 12 為主(各分數再進行化簡)



圖十三 與分數共舞架構圖例

活動過程：第一、三關需依挑戰卡上指定的塊數排列出指定的幾何形體，且邊與邊接合處需為等值分數，第二、四、五關則依挑戰卡上的指示進行排列。(因版面有限，每一關僅舉幾個代表性例子，級數由簡而難)

1. 第一關：神奇拼盤（共 1-10 級）
 - 1-1 利用 4 塊正三角形幾何片組成一個正三角形
 - 1-3 利用 6 塊正三角形幾何片組成一個正六邊形
 - 1-6 利用 9 塊正三角形幾何片組成一個正三角形
 - 1-7 利用 12 塊正三角形幾何片組成一個六角星形
2. 第二關：十字路口（共 1-10 級）
 - 2-2 排出中型對稱十字，使其縱向與橫向數值和相等（分數值不可重複）
 - 2-5 利用 9 塊方塊積木排出正方形，使其總和為 2（四色都要使用到）。
 - 2-7 利用 9 塊方塊積木排出正方形使其中央十字的數值和等於四角的數值和。
3. 第三關：托塔天王（共 1-6 級）
 - 3-1 排成三面分別為橘、綠、黃三色且（白色面朝下）每個面為 4 個三角形的正四面體。
 - 3-4 排成三面分別為綠、黃、藍三色且（白色面朝下）每個面為 4 個三角形的正四面體。
 - 3-5 將所有立體模型拼排成一個最大型的正四面體。
4. 第四關：面面俱到（共 1-5 級）
 - 4-1 利用 8 塊正立方體排出一個大正立方體，使其同一面上的分數皆為等值分數。

4-3 利用 12 塊正立方體排出一個長方體，使其同一面上的分數皆為等值分數。

4-5 利用 27 塊正立方體排出一個長方體，使其同一面上的分數皆為等值分數。

5. 第五關：縱橫四海（共 1-2 級）

此關卡是本活動最難的部分，因為需要利用到數字排列之規律，建議教師能在學童拼排前先適時的給予指導，先找出一面的組合，再找出其它面的組合。

2	9	4
7	5	3
6	1	8

5-1 利用 9 塊正立方體排出大正方形的面，使此面上的分數橫向、縱向及對角線之和皆相等。

5-2 利用 27 塊正立方體排出大正立方體，使其各面上的分數橫向、縱向及對角線之和皆相等。



圖十四 與分數共舞活動圖例

四、模組課程的實踐成效

為了幫助學童能操作、進而理解分數概念，經由精熟分數運算策略以便降低學生認知負荷以進行有意義的學習，筆者整合了課室經驗及近兩年來的教具研發，設計一系列的教學活動，希望幫助學童初步建構分數概念，首先藉由遊戲式的教學活動，提升學童的學習動機及興趣，

並在情境脈絡中落實思考推理的進行，以便能進一步來進行問題解決。

此外學生能有效能的進行數學概念的學習是教學的最大目標，但有時上課教了再多遍也激不起學生的學習動機，此時融入遊戲策略往往是最生動有效的教學模式，分數的秘密玩家以一連串遊戲活動來提高學童學習興趣，從學童的課室學習反應中我們發現學童皆能融入此學習情境中，並能精熟分數部分與整體的不同表徵形式，透過遊戲連結分數符號及概念。

貳、教學省思與建議

一、活動設計的省思

筆者數年來的教學，設計過許多有關於分數活動的課程，也看過很多的相關科普書籍，常從書中擷取部分活動，轉化成適合自己學生的教學內容，但總是片斷無統整性，因此藉由模組課程的設計，將相關於等值分數的教學活動做個統整，再與伙伴共同討論，集思廣義加上一些創意的點子，彙整成一個完整的教學模組，希望能提供給第一線的老師做教學的參考。

首先，在模組課程的設計上多以能動手實做為主，使用的素材亦是隨手可得的數字卡、分數板及七巧板，甚至利用 PP 塑膠瓦楞板(選舉看板之材質)來製作分數立體拼圖，成為可再利用的教具。

其次，為了讓活動更多元，所有內容的設計都經過多番的思量與驗證操作，然後再做修改與數值的調整，直到每個面向都兼顧到。茲以七巧版為例說明。由於七巧版有等分的概念在其中，因此可以結合基準量與比較量的教學，以強化學童部分與全體的分數概念。同時，由於七巧板的切割方式非常特別，使用二等分的原理，以一張色紙探對折再切割的方式即可完成整組的七巧板，那麼延伸此概念，我們同樣應用等分的原理來製作不同的巧板，並使其成為一套有趣的益智拼圖，而為了讓拼圖更像拼圖，能吸引學童，因此思考在切割時的幾個條件限制，使其更完美，同時為了讓所設計出來的拼圖能更具數學規律性，筆者再針對這些設計出來的成品，發展角度、邊長、部分與全體等概念的探究，皆有很不錯的成果。

筆者根據各種隨手可得的教具進行研發改進並透過遊戲來將分數學習內容進行轉化，學生不僅精熟基礎概念，並藉由動手操作的過程，將抽象的分數意義化及趣味化，以提升學童的學習興趣。同時能學習幾何之美，並透過幾何性質的論證學習來精緻已有的分數概念，不僅教學模式多元活潑，且透過多元形式的評量設計，更能有效指出學童本身的概念學習不足之處，充分提升學童學習的興趣，活化其思考能力。

二、教師教學的省思

本次教學過程，首先經由瞭解學童對分數概念的先備知識進行遊戲融入策略的規劃，並在課室中實作紮根，筆者團隊成員並隨時根據教學現場的回饋進行討論辯證，以期從實作的歷程中能精鍊出遊戲融入教學的理論，並幫助學生進行更高層次數學概念的學習。以下則陳述部分教學活動省思。

(一)關係你和我教學省思

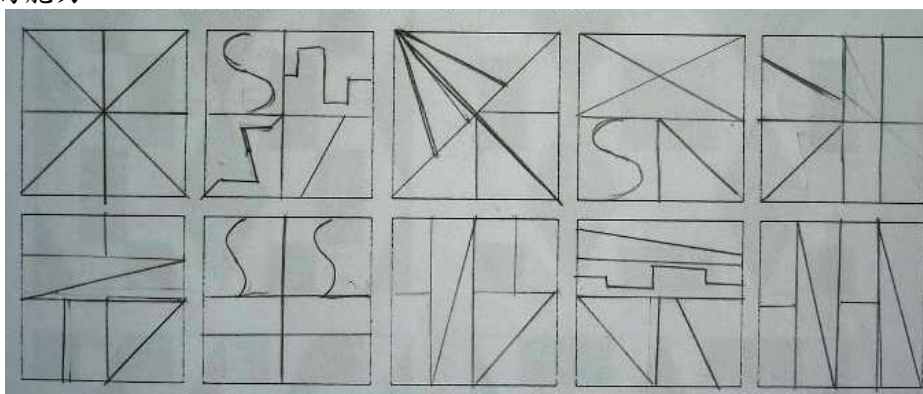
學童在進行的活動時，大多能將區塊切分成最小單位，再去比較兩量之間的關係，有此概念後也適時地導入應用題型，例如：白花是紅花的 $\frac{3}{7}$ ，若白花是 27 朵，那麼紅花是多少朵？此時學童不一定需要使用分數除法來解題，當學童建立兩量關係的概念後，就可以運用比例的概念來解題，亦即，白花是紅花的 $\frac{3}{7}$ ，也就是白花 3 份，那麼紅花就有 7 份，兩者比例是 3:7，甚至遇到關係量是帶分數時，也能靈活做轉化，如：白花是紅花的 $1\frac{3}{7}$ →白花

是紅花的 $\frac{10}{7}$ →白花 10 份，那麼紅花就是 7 份。因此，學童的思考更加活化。

(二)等分造型秀教學省思

在進行等分造型秀時，原本學童的等分概念相當薄弱，要將正方形等分成 4 等份，都只有二種方式，一種是對角線分割，一種是中線分割。但是教學歷程中，讓學童討論激盪出不同的分割方式後(即找到對稱中心點，以對稱中心點進行分割)，此時，學童作品的呈現多元而活潑，如圖十五 學童各種等分概念圖例所示，透過激發學童的創意，再以等分的圖形為基模，結合資訊課程，運用鏡射、翻轉及旋轉三種技巧，生成美麗的鑲嵌圖形。

當教學活動至此，教師引導學童欣賞數形之美，同時藉由鑑賞別人的創作時，思考其可能的設計原理。當學童在欣賞觀察中發現圖形有異狀時(在一個完整的對稱圖形中有小地方出現不對稱時，會有明顯不協調的感覺)，教師順勢引導教學活動，又再增加了一個「找碴」的活動，讓學童檢查所有的作品中看出是否有紕漏，從學童檢查錯誤的邏輯陳述中，進一步提升學童批判思考的能力。



圖十五 學童各種等分概念圖例

(三)分數撲克戰、與分數共舞教學省思

在「分數撲克戰」及「與分數共舞」的活動中，學童無紙筆可運算，所以皆需集中精神來做數字的組合，從過程中學童不斷地在心中做等值分數的化約，著實不容易，但經過這樣活動的洗禮，學童在這方面的轉化已較先前更能靈活了。

其次在分數撲克戰中的比較分數大小活動(一個分數超過 $\frac{1}{2}$ ，另一個分數不超過 $\frac{1}{2}$ 之兩分

數數的比較)，原設計是希望學童能利用過半與不過半或剩餘策略來做判斷，但活動之始筆者發現學童還是相當依賴通分的過程，來進行兩分數的比較。為了讓學童達到我們預期的目標，又不希望是教師直接教導，所以在過程中我們不斷追問：還有沒有其它判斷方法？透過小組學童的討論分享，最後學童自己形成「此分數是否過半…」或是「此分數可能還不到 1 的一半」等等數學語言來進行判斷，透過學童自行建構，此種分數數感的培養更具體有用。

三、教學實施的建議

分數的秘密玩家教學模組從遊戲策略融入分數概念學習的角度進行規劃及實作，實際達到的教學成效乃是學童經由遊戲的激勵，團體的競爭互動，除了學習興趣明顯提升外，對分數與真實情境的連結能力也相對表現更好。此外在利用分數來表徵真實世界以解決問題的學習上，學生較能夠主動利用遊戲中的不同表徵方式來建構分數的意義，對分數數感的覺知及判斷也有增進，最重要的是，學習分數不再只是機械式算則的處理，而是利用遊戲策略、尋找更多元豐富的表徵方式，以獲得解決問題所得到的成就感。實施此模組時有以下幾點建議：

- (一)本模組有其教學限制，由於模組設計僅在強化學童等值分數的概念，並不適合做等值分數的概念初始學習，學童需有等值分數的概念下來實施此教學模組較不會本末倒置。
- (二)在教學時數受限下，建議可以利用彈性課程、攜手計畫課後扶助、課後照顧方案或假期育樂營中來實施，讓學童體驗不同的數學。
- (三)此模組是屬於一個完整的教學模式，建議老師不要照本宣科，需適時地選用適合自己學生的活動，才不會造成學童的認知負擔，最後，本方案的活動進行方式可供教師做參考，但教師可以發揮自己的專業知能，改變遊戲規則，甚至可以讓學生自行變化出不同的玩法。

四、結語

PISA 2006 指出高層級的數學素養為學生能夠藉由符號的、正規的數學運算的精熟以及關係的洞察和理解來發展出解決陌生情境的新方法和策略，同時進行高階的數學思考和推理(林煥祥, 2008, p. 145)。分數的秘密玩家模組教學包含了學童以專題方式深入探究分數的意義，以有趣的問題情境來設計分數課程，連結學童的分數概念學習，同時進行分數主題的概念學習與深化，並藉由遊戲策略來連結學童的真實世界，透過問題解決的歷程來活化學童的數學思考，提升學童利用數學能力解決真實問題的高階數學思考和推理能力，從孩童學習的笑靨及事後的學習回饋，我們知道我們獲得了部份成果，也為孩子開啟了學習的另一扇窗。

參、參考資料

- 張英傑、周菊美譯(2005)：《中小學數學科教材教法》。台北市：五南書局。
- 林煥祥 (2008)：《臺灣參加PISA 2006 成果報告》。花蓮市：國立花蓮教育大學。

